

Писмени испит из Геометрије 5, смерови Р и Н, 26.06.2017.

1. (а) У односу на ортонормирани репер $Oe_1e_2e_3$ еуклидског простора $\mathbb{E}^3$ одредити формуле завојног кретања чија је оса права $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{0}$ (оријентисана својим вектором правца), угао ротације $\frac{5\pi}{3}$ и вектор трансформације $(-3, -3, 0)$.
(б) Одредити тип и компоненте афине трансформације тродимензионог афиног простора дате формулама у односу на произвољан афини репер: $x' = 2+7x-4y+8z$, $y' = 2+6x-3y+8z$, $z' = 1+3x-2y+5z$.
2. Нека су OP и OQ два конјугована полудијаметра елипсе $\mathcal{E}$ (O је центар елипсе) и S тачка таква да је $OPSQ$ паралелограм. Уколико је T пресек дужи OS и елипсе $\mathcal{E}$, доказати да су размера дужи $OT : TS$ и површина паралелограма $OPSQ$ константни (не зависе од избора полудијаметара).
3. Коника пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ одређена је тачкама A, B , тангентама a, b те конике у тачкама A, B и тангентом c (a, b, c нису конкурентне).
(а) Конструисати додирну тачку C тангенте c и конике, као и другу пресечну тачку конике и произвољне праве кроз C .
(б) Користећи претходни део задатка, или некако другачије, доказати да је парабола еуклидске равни једнозначно одређена тангентама a, b у тачкама A, B , а затим конструисати правац њене осе (праву паралелну оси кроз било коју тачку).
4. Дате су четири тачке A, B, C, D на пројективној коници у $\mathbb{RP}^2$. Праве AC и BD секу се у тачки E , а праве AD и BC у тачки F .
(а) Доказати да се тангенте конике у тачкама A, B секу на правој EF .
(б) Уколико се тангенте конике у тачкама A, C секу на правој BD , доказати да важи $\mathcal{H}(A, B; C, D)$, као и да се тангенте у тачкама B и D секу на правој AC .

Писмени испит из Геометрије 5, смерови Р и Н, 26.06.2017.

1. (а) У односу на ортонормирани репер $Oe_1e_2e_3$ еуклидског простора $\mathbb{E}^3$ одредити формуле завојног кретања чија је оса права $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{0}$ (оријентисана својим вектором правца), угао ротације $\frac{5\pi}{3}$ и вектор трансформације $(-3, -3, 0)$.
(б) Одредити тип и компоненте афине трансформације тродимензионог афиног простора дате формулама у односу на произвољан афини репер: $x' = 2+7x-4y+8z$, $y' = 2+6x-3y+8z$, $z' = 1+3x-2y+5z$.
2. Нека су OP и OQ два конјугована полудијаметра елипсе $\mathcal{E}$ (O је центар елипсе) и S тачка таква да је $OPSQ$ паралелограм. Уколико је T пресек дужи OS и елипсе $\mathcal{E}$, доказати да су размера дужи $OT : TS$ и површина паралелограма $OPSQ$ константни (не зависе од избора полудијаметара).
3. Коника пројективне равни $\mathbb{RP}^2$ одређена је тачкама A, B , тангентама a, b те конике у тачкама A, B и тангентом c (a, b, c нису конкурентне).
(а) Конструисати додирну тачку C тангенте c и конике, као и другу пресечну тачку конике и произвољне праве кроз C .
(б) Користећи претходни део задатка, или некако другачије, доказати да је парабола еуклидске равни једнозначно одређена тангентама a, b у тачкама A, B , а затим конструисати правац њене осе (праву паралелну оси кроз било коју тачку).
4. Дате су четири тачке A, B, C, D на пројективној коници у $\mathbb{RP}^2$. Праве AC и BD секу се у тачки E , а праве AD и BC у тачки F .
(а) Доказати да се тангенте конике у тачкама A, B секу на правој EF .
(б) Уколико се тангенте конике у тачкама A, C секу на правој BD , доказати да важи $\mathcal{H}(A, B; C, D)$, као и да се тангенте у тачкама B и D секу на правој AC .